

La conduction thermique.

1 Loi de Fourier.

1.1 Énoncé.

Milieu isotrope; ETL; \vec{j}_Q conductif. \implies $\boxed{\vec{j}_Q = -\lambda \cdot \vec{\nabla} T.}$

1.2 Discussion.

Loi empirique (approchée); loi satisfaisante physiquement; traduit un phénomène irréversible; loi linéaire; λ dépend du matériau (de la température, de la pression dans le cas des gaz).

1.3 Conductivité thermique.

1.3.1 Cas des gaz.

$\lambda : W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$. $\lambda \sim 10^{-2} SI$.

- λ indépendant (en gros) de la pression.
- λ augmente quand M diminue.
- Gaz : convection très importante; mauvaise conductivité.

1.3.2 Cas des liquides.

$\lambda = 0,1 \rightarrow 1 SI$.

1.3.3 Cas des solides.

Conductivité thermique électronique : cas des métaux, $\lambda \sim 400 SI$.

Conductivité thermique phonique : cas du diamant, $\lambda \sim 2000 SI$.

2 Flux thermique à une paroi.

2.1 Transport convectif dans les fluides.

Convection forcée, naturelle, mixte.

2.2 Flux conducto-convectif à une paroi.

A l'interface : continuité de la température et du flux de chaleur.

Pour le solide : $\vec{j}_Q = -\lambda_S \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=0^-}$.

Pour le fluide : Contre la paroi : frottement visqueux, conduction. / Loin de la paroi : température quasi uniforme, convection. Loi de Newton : $\boxed{\vec{j}_Q(x=0^+) = h \cdot (T_1 - T_f)}$.

Le coefficient de transfert conducto-convectif : $h = \frac{\lambda_f}{\xi}$, $h : W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$.

3 Distribution de température dans les solides.

Pas de convection, ni de rayonnement. ETL

3.1 Bilan d'énergie.

3.1.1 Hypothèses de travail.

Système \mathcal{S} fermé à pression P constante.

3.1.2 Application du premier principe.

$$\text{Expression globale : } \frac{dH}{dt} = \iiint P \cdot d\tau - \oint \vec{j}_Q \cdot d\vec{S}.$$

$$\text{Expression locale : } \boxed{\frac{\partial h}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{j}_Q = p.}$$

3.2 Equation de la température.

3.2.1 Terme de flux.

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{j}_Q = -\lambda \cdot \vec{\nabla}^2 T. \quad \left(\text{on néglige } \vec{\nabla} \lambda \cdot \vec{\nabla} T, \text{ car } \|\vec{\nabla} T\| \sim \frac{T}{d_T} \right).$$

3.2.2 Terme d'enthalpie.

$$\boxed{\delta c_p = \rho \cdot c_{p_m} \cdot \delta \tau.} \quad \implies \quad \frac{\partial h}{\partial t} = \rho \cdot c_{p_m} \cdot \frac{\partial T}{\partial t}.$$

3.2.3 Equation de la température :

$$\boxed{\rho \cdot c_{p_m} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} - \lambda \cdot \vec{\nabla}^2 T = p.}$$

Cas d'une réaction chimique : rajoute le terme : $-\Delta_r H^\circ \cdot v$ (à gauche).

3.2.4 Equation de la chaleur :

$$\text{cas où } p = 0, \quad \boxed{\frac{\partial T}{\partial t} = D \cdot \vec{\nabla}^2 T.} \quad \text{où } D = \frac{\lambda}{c_{p_m} \cdot \rho} \text{ est la diffusivité du matériau.}$$

3.2.5 Cas du régime permanent :

en un point de l'espace, les grandeurs intensives ne varient pas : $\frac{\partial}{\partial t} = 0$.

$$\text{Equation de Poisson : } \vec{\nabla}^2 T = -\frac{\rho(\vec{r}, t)}{\lambda}.$$

3.3 Problème unidimensionnel.

3.3.1 Problème unidirectionnel.

3.3.2 Problème à symétrie cylindrique de révolution.

3.3.3 Problème à symétrie sphérique.

3.4 Transport linéaire en régime permanent.

3.4.1 Analogie électro-cinétique.

Similarités: $\lambda \leftrightarrow \sigma$ / $T \leftrightarrow V$ / $\vec{j}_Q \leftrightarrow \vec{j}$ / $\Phi \leftrightarrow I$.

3.4.2 Résistance thermique.

Cas de la propagation unidirectionnelle: $R_{th} = \frac{l}{\lambda \cdot S}$.