Autoinduction et induction mutuelle.

1 Autoinduction.

1.1 Flux propre (flux d'autoinduction).

Une spire crée un champ $\overrightarrow{B}_{propre}$, elle s'envoie donc du flux dans elle-même. Le flux propre est le flux du champ propre.

1.2 Autoinductance.

1.2.1 Définition.

On a : $$\varphi = \iint_{\Sigma} \overrightarrow{B}(M) \cdot \overrightarrow{dS} = \iint_{\Sigma} \overrightarrow{dS} \cdot \oint_{\Gamma} \frac{\mu_0}{4 \cdot \pi} \cdot I \cdot \overrightarrow{dl} \wedge \frac{\overrightarrow{r}}{r^3} = \underbrace{\left(\iint_{\Sigma} \overrightarrow{dS} \cdot \oint_{\Gamma} \frac{\mu_0}{4 \cdot \pi} \cdot \overrightarrow{dl} \wedge \frac{\overrightarrow{r}}{r^3} \right)}_{L} \cdot I.$$

1.2.2 Propriétés.

L, autoinductance ou coefficient d'induction, est une caractéristique purement géométrique du circuit, $L > 0$. L s'exprime en Henry, H.

1.2.3 Augmentation de L.

1. L est proportionnel à N^2.
2. Dans la matière aimantée : $\mu_0 \longrightarrow \mu_0 \cdot \mu_r$.

1.2.4 Exemple.

Solénoïde infini : $L = \mu_0 \cdot n^2 \cdot S \cdot l.$

1.3 Fem d'autoinduction.

1.3.1 Cas général.

$$e = -\frac{d\varphi_{auto}}{dt} \quad \Longrightarrow \quad \boxed{e = -\frac{d(L \cdot I)}{dt}.}$$

1.3.2 Circuit indéformable.

$L = cste$, et $\boxed{e = -L \cdot \frac{di}{dt}.}$

1.4 Énergie.

1.4.1 Énergie magnétique propre d'un circuit.

$$U_m = \iiint \frac{1}{2 \cdot \mu_0} \cdot \overrightarrow{B}^2 \, d\tau = \iiint \frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{j} \cdot \overrightarrow{A} \, d\tau = \frac{1}{2} \cdot I \cdot \varphi \quad \Longrightarrow \quad \boxed{U_m = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2.}$$

1.4.2 Déformation d'un circuit à intensité constante : travail des forces dues au champ propre.

$dU_m = \delta W_{op} + \delta W_{gen}$, avec $\delta W_{op} = -\delta W_{\mathcal{L}}$, et $\delta W_{gen} = -e \cdot I \cdot dt = I \cdot d\varphi$.

$$\boxed{W_{\mathcal{L}} = \frac{1}{2} \cdot I^2 \cdot \Delta L.}$$

1.5 Autoinductance d'un circuit non-filiforme.

Définition à partir de l'énergie : $L = \dfrac{U_m}{\frac{1}{2} \cdot I^2}$.

2 Induction mutuelle.

2.1 Inductance mutuelle.

2.1.1 Définition.

On considère deux circuits 1 et 2 : $\varphi_1 = \varphi_{1 \to 1} + \varphi_{2 \to 1} = L_1 \cdot I_1 + M_{12} \cdot I_2$.

2.1.2 Formule de Neumann.

$$\varphi_{2 \to 1} = \iint_{\Sigma_1} \overrightarrow{B_2} \cdot \overrightarrow{dS_1} = \oint_{\Gamma_1} \overrightarrow{A_2} \cdot \overrightarrow{dl_1} \implies M_{12} = M_{21} \implies \underline{M = \frac{\mu_0}{4 \cdot \pi} \cdot \oint_{\Gamma_1} \oint_{\Gamma_2} \frac{\overrightarrow{dl_1} \cdot \overrightarrow{dl_2}}{r}.}$$

2.1.3 Propriétés.

1. $M \gtrless 0$, signe n'a aucune signification physique.
2. Coefficient géométrique (forme des circuits, position relative).

2.1.4 Conséquence sur le flux.

$$\boxed{\frac{\varphi_{1 \to 2}}{I_1} = \frac{\varphi_{2 \to 1}}{I_2}.}$$

Rem. *Le flux ne dépend de la surface que par le contour. Prendre contour simplifiant les calculs.*

2.2 Aspect énergétique.

2.2.1 Énergie d'interaction entre 2 circuits.

$$U_m = \frac{1}{2} \cdot \sum_k I_k \cdot \varphi_k \implies \boxed{U_{m_{int}} = M \cdot I_1 \cdot I_2.}$$

2.2.2 Conséquence sur M.

Forme quadratique définie positive $\implies$ $M^2 < L_1 \cdot L_2$.

2.3 Fem d'induction.

2.3.1 Loi d'Ohm.

$$e'_1 = R_1 \cdot I_1 + L_1 \cdot \frac{dI_1}{dt} + M \cdot \frac{dI_2}{dt}.$$

2.3.2 Bilan énergétique.

Loi d'Ohm $\times I \cdot dt \quad \Longrightarrow \quad e_1' \cdot I_1 \cdot dt = R_1 \cdot {I_1}^2 \cdot dt + L \cdot I_1 \cdot dI_1 + M \cdot I_1 \cdot dI_2$.
De même pour le circuit 2. Le bilan total donne : $M \cdot I_1 \cdot dI_2 + M \cdot I_2 \cdot dI_1 = d(M \cdot I_1 \cdot I_2)$.

Rem. *On redémontre ici que* $M_{12} = M_{21} = M$.

2.3.3 Principe du transformateur.

Avec $R_1 \ll j \cdot L_1 \cdot \omega \quad \Longrightarrow \quad \dfrac{\underline{u}_2}{\underline{E}_1} = \dfrac{M}{L_1}$.