PHYSIQUE

Optique ondulatoire

1 L'approximation de l'optique géométrique

1.1 Approximations

Dans l'approximation de l'optique géométrique, on considère que l'énergie lumineuse se propage selon des courbes géométriques indépendantes, les rayons lumineux. De plus, l'optique géométrique est une approximation de l'optique ondulatoire à la limite des "courtes" longueurs d'onde, ie. courtes decant les dimensions des diaphragmes et la distance caractéristique de variation de l'indice du milieu de propagation. On néglige ainsi le phénomène de diffraction.

Dans l'approximation de Gauss : pour un système centré et des rayons paraxiaux (ie. proches de l'axe : distance à l'axe faible devant les rayons de courbure des surfaces dioptriques et catadioptriques), et peu inclinés par rapport à lui (θ faible), l'approximation de Gauss consiste à négliger dans le calcul de la forme des rayons lumineux tous les termes non-linéaires en $\frac{d}{R}$ et θ. L'approximation de Gauss est donc l'approximation linéaire de l'optique géométrique. Dans les conditions de Gauss, un système centré est stigmatique et aplanétique.

1.2 Chemin optique

Par définition, le chemin optique est : $L_{AB} = \int_\Gamma n \cdot ds$.

L est une mesure du déphasage : $\boxed{\frac{\varphi_B - \varphi_A}{2\pi} = \frac{L_{AB}}{\lambda_0}}.$

1.3 Objets, images réels et virtuels

Un objet réel peut être réalisé à l'aide d'une source quasi-ponctuelle (alors que pour un objet virtuel, on a besoin d'un autre instrument d'optique placé avant).

De façon similaire, une image réelle peut être formée sur un écran.

2 La diffraction

2.1 Le modèle scalaire

Pour expliquer les phénomènes de diffraction et d'interférences, le caractère vectoriel de l'onde n'est pas fondamental. On utilise donc une grandeur scalaire $\underline{A}$ qui se propage comme le champ $\overrightarrow{E}$, dont la norme est proportionnelle à celle de $\overrightarrow{E}$, et telle que $I = \underline{A} \cdot \underline{A}^*$.

2.2 Principe de Huygens-Fresnel

On peut calculer l'onde arrivant en un point M en remplaçant la source S par un continuum de sources élémentaires à la surface du trou. Chaque source fictive émet une onde qui est sphérique, synchrone d l'onde incidente, d'amplitude proportionnelle à dS et à l'amplitude reçue de la source S, et déphasée d'une valeur constante φ_0 par rapport à l'onde incidente.

Par suite : $\boxed{d\underline{A} = \alpha \cdot \frac{e^{\boldsymbol{i}kr}}{r} \cdot \underline{A_i}(P) \cdot dS}$, où P est un point du trou.

Dans la diffraction de Fraunhoffer, on étudie la diffraction à l'infini, ie. le cas où S et M sont infiniment éloignés de l'ouverture. On considère alors que $\frac{1}{r} = cste$ et que $\overrightarrow{k} \cdot \overrightarrow{r} = k \cdot r$ (à suffisamment grande distance, on peut considérer que les ondelettes sont planes). Par suite, $d\underline{A} = \alpha \cdot e^{\boldsymbol{i}\overrightarrow{k} \cdot \overrightarrow{r}} \cdot \underline{A_i}(P) \cdot dS$.

Dans le cas d'une ouverture plane, il vient finalement que :

$$\boxed{\underline{A}(\overrightarrow{k}) = K \cdot \iint_{pupille} t(P) \cdot e^{-i \cdot (\overrightarrow{k} - \overrightarrow{k_i}) \cdot \overrightarrow{OP}} \cdot dS}$$

2.3 Réseaux

Formule du réseau : $\sin\theta_K - \sin\theta_i = K \cdot n \cdot \lambda$, où n est le nombre de fentes par unité de longueur.

L'intensité a pour expression : $I = I_0 \cdot \operatorname{sinc}^2\left(\dfrac{k_y \cdot b}{2}\right) \cdot \dfrac{\sin^2\left(\frac{k_y \cdot N \cdot a}{2}\right)}{N^2 \cdot \sin^2\left(\frac{k_y \cdot a}{2}\right)}$.

2.4 Modification du dispositif de Fraunhoffer

Influence d'une translation selon y

- de la source S : $k_{i_y} \neq 0$, les franges sont décalés (proportionnellement).
- de la pupille D : cela ne change rien, car on étudie la diffraction à l'infini (donc la direction $\overrightarrow{k}$ d'étude est inchangée).
- de la lentille L_1 : les franges sont décalées (incidence oblique).
- de la lentille L_2 : les franges sont décalées.

Influence d'un élargissement selon y

- de la source S : l'image est élargie d'un rapport $\dfrac{f_2}{f_1}$.
- de la pupille D : il y a moins de diffraction, et une contraction de l'image.

Influence d'une rotation du diaphragme

- autour de (Ox) : l'image tourne du même angle.
- autour de (Oz) : c'est comme si on était sous incidence oblique, l'image géométrique ne change pas, mais la diffraction est plus importante (figure élargie) car la taille effective de la surface diffractante est réduite.

2.5 Divers trucs utiles

- $\displaystyle\int_{-a/2}^{a/2} e^{-\boldsymbol{i}kx}\,\mathrm{d}x = a \cdot \operatorname{sinc}\left(\frac{ka}{2}\right)$.
- En un point M éloigné des sources S_1 et S_2 distantes de a, on a : $\delta = n \cdot \overrightarrow{S_1S_2} \cdot \overrightarrow{u} = n \cdot \dfrac{a \cdot x}{D}$.
- Le pavé central est centré sur l'image géométrique de la source. La diffraction se fait le plus selon la dimension la plus petite.
- $\boxed{k_y = \dfrac{2\pi}{\lambda \cdot f} \cdot y.}$
- Dans le cas de la diffraction par un ensemble d'ouvertures identiques, l'amplitude totale résultante est le produit d'un terme, le facteur de forme, correspondant à la diffraction par une seule ouverture, et d'un terme, le facteur de structure, qui est indépendant de la forme des ouvertures et qui ne dépend que de la façon dont on les a réparties :

$$\underline{A}(\overrightarrow{k}) = \left(K \cdot \iint t_i(\overrightarrow{O_iP}) \cdot e^{-\boldsymbol{i}\overrightarrow{k}\cdot\overrightarrow{O_iP}}\right) \cdot \left(\sum_{i=1}^{N} e^{-\boldsymbol{i}\overrightarrow{k}\cdot\overrightarrow{OO_i}}\right)$$

3 Généralités sur les interférences

3.1 Généralités – Cohérence

Pour deux vibrations cohérentes (ie. si le déphasage d'une vibration par rapport à l'autre est constant), on a : $\boxed{I = I_1 + I_2 + 2 \cdot \sqrt{I_2 \cdot I_2} \cdot \cos\varphi.}$

On note τ_C le temps de cohérence (ie. la durée moyenne d'un train d'onde émis par la source), et τ_D le temps caractéristique du détecteur :

- Si $\tau_C > \tau_D$, les vibrations sont cohérentes pour le détecteur, on somme donc les amplitudes et on peut détecter des interférences.

- Si $\tau_C < \tau_D$, les vibrations sont incohérentes pour le détecteur, on somme donc les intensités.

3.2 Ordre d'interférence

$$\boxed{p = \frac{\varphi}{2\pi} = \frac{\delta}{\lambda_0}.}$$

3.3 Cohérence temporelle

$\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = cste$ sur un intervalle de temps $>$ à τ_D.

La condition d'interférence est : $\Delta L < L_c$, ce qui est toujours vérifié dans le cas de la division du front d'onde.

3.4 Cohérence spatiale

Dimensions tolérables pour la source afin que l'on puisse observer des interférences ?
Il faut, de façon rigoureuse, que : $(\overrightarrow{k_2} - \overrightarrow{k_1}) \cdot \overrightarrow{SS'} = 0$. Soit, sous forme approchée : $|(\overrightarrow{k_2} - \overrightarrow{k_1}) \cdot \overrightarrow{SS'}| \ll 2\pi$.

Dans le cas de la division du front d'onde : on peut observer des interférences dans tout un domaines : les franges ne sont pas localisés, cependant la largeur de la fente source l doit vérifier $l \ll \dfrac{\lambda}{|\overrightarrow{u} \cdot (\overrightarrow{u_2} - \overrightarrow{u_1})|}$.

Dans le cas de la division d'amplitude : les interférences sont localisées (superposition à l'infini), et on peut avoir une source étendue.

4 Interférences par division du front d'onde

4.1 Remarques

Facteur de visibilité – Contraste : $\mathcal{C} = \dfrac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} = \dfrac{2 \cdot \sqrt{I_1 \cdot I_2}}{I_1 + I_2}$.

Si on remplace par le trou source par une fente source dans le dispositifs des trous d'Young, la largeur de la fente source doit être inférieure à $\dfrac{i \cdot d}{D} = \dfrac{\lambda \cdot d}{a}$ pour que l'on puisse observer les interférences (cohérence spatiale).

Au spectroscope, on observe un spectre cannelé. Les cannelures sombres correspondent à $P = \dfrac{\delta}{\lambda} = K + \dfrac{1}{2}$.

4.2 Différents montages

- Bilentilles de Billet : Interférences non-localisées.
- Miroirs de Fresnel : $a = 2 \cdot R \cdot \varepsilon$. (penser à tracer le cercle de centre l'arête des deux miroirs et passant par la source S).
- Miroir de Lloyd : Mauvais contraste. A l'origine, on a une frange sombre (le déphasage de π entraîne que les ondes interfèrent destructivement).
- Bilentilles de Meslin : Forme des franges : famille d'ellipsoïdes de foyers S_1 et S_2 ($\Delta L = cste \Longrightarrow L(S_2M) + L(MS_1) = cste \Longrightarrow S_2M + S_1M = cste$). Au centre de l'écran, on observe un point sombre car "l'onde est passée par un de ses foyers" (S_2), d'où un déphasage de π.
- Biprisme de Fresnel : $i = \dfrac{\lambda}{2 \cdot \sin\alpha \cdot \cos\beta}$. Les franges sont des droites parallèles à l'arête des deux miroirs.

Remarque : La déviation d'un prisme est : $\Delta = (n-1) \cdot \theta$.

Si M appartient au plan focal de la lentille L', alors les rayons 1 et 2 sont parallèles entre eux et à l'axe secondaire.

5 Interférences par division d'amplitude

5.1 Franges d'égale inclinaison = franges d'Haidinger

– Différence de marche (à la réflexion) : $\boxed{\delta = 2 \cdot n \cdot e \cdot \cos r + \dfrac{\lambda_0}{2}}$

$$\begin{aligned}
\Delta L = L_2 - L_1 &= n \cdot (I_1J_1 + J_1I_2) - n_0 \cdot I_1H = 2 \cdot n \cdot I_1J_1 - n_0 \cdot I_1J \\
&= \frac{2 \cdot n \cdot e}{\cos r} - n_0 \cdot I_1I_2 \cdot \sin i = \frac{2 \cdot n \cdot e}{\cos r} - n \cdot I_1I_2 \cdot \sin r \\
&= \frac{2 \cdot n \cdot e}{\cos r} \cdot \left(1 - \sin^2 r\right) = 2 \cdot n \cdot e \cdot \cos r
\end{aligned}$$

5.2 Franges d'égale épaisseur = franges de Fizeau

– Différence de marche (à la réflexion) : $\boxed{\delta = 2 \cdot n \cdot e + \dfrac{\lambda_0}{2}}$

– On voit les interférences sur la lame.