Induction

1 Cours

1.1 Circuits filiformes

- **Cas de Lorentz : circuit déplacé dans un champ B stationnaire :** L'électron déplacé subit une force de Lorentz de la part de $\overrightarrow{B}$ qui met l'électron en mouvement et induit un courant. Ce courant induit i_{ind} génère une force de Laplace $\overrightarrow{F_{\mathcal{L}}} = i \cdot \overrightarrow{dl} \wedge \overrightarrow{B_0}$ qui s'oppose au mouvement du circuit. Le sens du champ électromoteur est le même que celui de i.
- **Cas de Neumann : circuit fixe dans un champ B variable :** Le champ $\overrightarrow{B}$ variable induit une force électromotrice e_{ind} dans le circuit ainsi qu'un courant induit i_{ind} (car électrons mis en mouvement). Le sens de i est donné par loi de Lenz.

	Cas de Lorentz	Cas de Neumann
Loi d'Ohm globale	$R_{AB} \cdot i_{AB} = u_{AB} + e_{AB}$	$R \cdot i = e$
Champ électromoteur	$\overrightarrow{E_m} = \overrightarrow{V} \wedge \overrightarrow{B}$	$\overrightarrow{E_m} = -\dfrac{\partial \overrightarrow{A}}{\partial t}$
Fem d'induction	$e_{AB} = -\dfrac{d\varphi_c}{dt}$	$e = -\dfrac{d\varphi}{dt}$

Loi d'Ohm globale : $R \cdot i = e \implies e = -\dfrac{d\varphi}{dt}.$

1.2 Conducteurs non-filiformes

Revenir aux équations générales : $$\left|\begin{array}{l} m \cdot \overrightarrow{a} = q \cdot \left(\overrightarrow{E} + \overrightarrow{v} \wedge \overrightarrow{B}\right) - \dfrac{m}{\tau} \cdot \overrightarrow{v}^* \\ \nabla \wedge \overrightarrow{E} = -\dfrac{\partial \overrightarrow{B}}{\partial t} \iff \displaystyle\oint_{\Gamma(\not{t})} \overrightarrow{E} \cdot \overrightarrow{dl} = -\dfrac{d\varphi}{dt} \end{array}\right.$$

1.3 Mouvements de charges électrostatiques

- *Force de Lorentz :* $\overrightarrow{F_{\mathcal{L}}} = q \cdot (\overrightarrow{E} + \overrightarrow{v} \wedge \overrightarrow{B})$.
- *Equation de Maxwell-Faraday :* $\overrightarrow{\nabla} \wedge \overrightarrow{E} = -\dfrac{\partial \overrightarrow{B}}{\partial t} \iff \displaystyle\oint_{\Gamma(\not{t})} \overrightarrow{E} \cdot \overrightarrow{dl} = -\dfrac{d\varphi}{dt}$.

1.4 Généralisation du théorème de Faraday

- **Contour mobile dans un champ magnétique stationnaire :**

$$\overrightarrow{V} \wedge \overrightarrow{B} \cdot \overrightarrow{dl} = -\frac{\delta^2 \varphi_c}{dt} \implies \boxed{\oint \left(\overrightarrow{V} \wedge \overrightarrow{B}\right) \cdot \overrightarrow{dl} = -\frac{d\varphi_c}{dt}}$$

- **Contour fixe dans un champ magnétique variable :** $\boxed{\displaystyle\oint \overrightarrow{E} \cdot \overrightarrow{dl} = -\frac{d\varphi}{dt}.}$

1.5 Loi de Lenz

Le phénomène d'induction agit en sens tel qu'il s'oppose aux causes qui lui ont donné naissance.

1.6 Méthode de résolution

- **Bilan électrique :** On calcule e_{ind} soit par application du théorème de Faraday (le circuit doit être fermé et filiforme), soit en utilisant le champ électromoteur.
- **Bilan mécanique :** il s'agit simplement d'appliquer le PFD sous sa forme la mieux adaptée.

On a aussi : $\oint \overrightarrow{E_i} \cdot \overrightarrow{dl} = -\dfrac{d}{dt} \iint \overrightarrow{B} \cdot \overrightarrow{dS}$.

1.7 Courant et quantité d'électricité induite

- **Courant induit :** Loi d'Ohm $\Longrightarrow$ $\underline{i = -\dfrac{1}{R} \cdot \dfrac{d\varphi}{dt}}$.
- **Quantité d'électricité induite :** $q = \displaystyle\int_1^2 i\ dt$ $\Longrightarrow$ $\underline{q = -\dfrac{1}{R} \cdot (\varphi_2 - \varphi_1)}$. (ne dépend pas du chemin suivi)

1.8 Travail électrique fourni par le générateur au circuit extérieur

La puissance reçue par un dipôle est : $\boxed{\mathcal{P} = i_{AB} \cdot u_{AB}.}$

1.9 Théorème de Maxwell

Pour un circuit fermé, déplacé ou déformé de façon continue dans un champ $\overrightarrow{B}$ stationnaire, on a : $\delta W = i \cdot \delta\phi$.

1.10 Théorème des travaux virtuels

$F_x = i\dfrac{\partial \phi_c}{\partial x}$ et $M_\Delta = i \cdot \dfrac{\partial \phi_c}{\partial \theta}$.

---

2 Astuces

- **Puissance des forces de Laplace :** $\mathcal{P}_{\mathcal{L}} = -e_{ind} \cdot i$ car $\mathcal{P}_{\mathcal{L}} = \dfrac{\delta W_{\mathcal{L}}}{\mathrm{d}t} = \dfrac{i \cdot \delta\phi_c}{\mathrm{d}t} = -e_{ind} \cdot i$. Pour la roue de Barlow, cela donne que : $\mathcal{P}_{\mathcal{L}} = M_{\mathcal{L}} \cdot \omega = -e_{ind} \cdot i$.
- Si un champ (quelconque) dérive d'un potentiel, alors il est à circulation conservative et par suite $\displaystyle\int_A^B \overrightarrow{H} \cdot \overrightarrow{dl}$ ne dépend pas du chemin sur lequel on intègre (ex : roue de Barlow).
- Une "petite" spire est équivalente à un dipôle magnétique de moment magnétique $\overrightarrow{\mathcal{M}} = i \cdot S \cdot \overrightarrow{u}$, où $\overrightarrow{u}$ donne l'orientation positive de l'intensité. $\overrightarrow{F} = \nabla(\overrightarrow{B} \cdot \overrightarrow{\mathcal{M}})_{\mathcal{M}=cst}$, et $\overrightarrow{\Gamma} = \overrightarrow{\mathcal{M}} \wedge \overrightarrow{B}$. Le potentiel vecteur associé à un moment magnétique est : $\overrightarrow{A}(M) = \dfrac{\mu_0}{4\pi} \cdot \overrightarrow{\mathcal{M}} \wedge \dfrac{\overrightarrow{OM}}{OM^3}$.
- Pour appliquer le théorème de Faraday à un solénoïde, le circuit n'est pas rigoureusement fermé, mais on peut l'assimiler à N spires reliées en série.
- Dans le cas d'un bobinage avec N spires (par exemple) : $e = N \cdot \oint \overrightarrow{E_m} \cdot \overrightarrow{dl}$.
- Si le circuit est ouvert, malgré la présence d'une force électromotrice, il n'y a pas de courant.
- **Mutuelle :** $\dfrac{\phi_{12}}{i_1} = \dfrac{\phi_{21}}{i_2} = M$. Pour un circuit rigide dans $\overrightarrow{B}$ stationnaire, on a alors : $F_{12_x} = i_1 \cdot i_2 \cdot \dfrac{\partial M}{\partial x}$ et $M_{12_\Delta} = i_1 \cdot i_2 \cdot \dfrac{\partial M}{\partial \theta}$.
- $E_p = -\mathcal{M} \cdot \overrightarrow{B_{ext}}$ pour un dipôle dans un champ $\overrightarrow{B}$ stationnaire.
  $E_p = -I_0 \cdot \phi_{ext}$ pour un circuit fermé, déplacé dans $\overrightarrow{B}_{ext}$ stationnaire et parcouru par un courant continu.

Bilan énergétique : On a : $\left| \begin{array}{l} P_e = e \cdot i = R \cdot i^2 \\ P_m = m \cdot \dot{v} \cdot v = J \cdot \omega \cdot \dot{\omega} \end{array} \right.$. Si $P_e + P_m = 0$, on dit que le transducteur est parfait car il n'y a pas de dissipation d'énergie.

REMARQUE

L'énergie entrant dans $\mathcal{V}$ pendant dt est : $\quad -\oiint \overrightarrow{\Pi} \cdot \overrightarrow{dS} \cdot dt$.

La direction de $\overrightarrow{\Pi}$ traduit la contraction des lignes de champ.