Transfert d'énergie par rayonnement

1 Généralités sur le rayonnement

1.1 Généralités

La matière rayonne de l'énergie sous la forme d'énergie électromagnétique : le rayonnement d'accélération. Les particules chargées ont un mouvement accéléré, c'est le mouvement d'agitation thermique.

On note : φ le flux d'énergie traversant la surface S. φ en $W \cdot m^{-2}$.

On a : $\boxed{\overrightarrow{j_Q} = \overrightarrow{j_R} + \overrightarrow{j_{cond}}.}$

1.2 Loi de Bouguer – Beer - Lambert

Expérimentalement, on a : $\boxed{\varphi(x) = \varphi(0) \cdot e^{-K \cdot x}.}$

Dans le cas de solutions suffisamment diluées : $\boxed{\varphi(x) = \varphi(0) \cdot \exp\left(-\sum \varepsilon_i \cdot c_i \cdot x\right).}$

2 Transferts radiatifs

2.1 Flux "émis" par une surface

2.1.1 Flux directionnels

- **Monochromatique :** flux élémentaire émis par dS, tq $\lambda \leftrightarrow \lambda + d\lambda$, de direction $\overrightarrow{u}$ à $d\Omega$ près.
  $\underline{\delta^3\varphi^e = L_\lambda \cdot \cos\theta \cdot dS \cdot d\lambda \cdot d\Omega}$. L_λ est la luminence monochromatique en $W \cdot m^{-2} \cdot \mu m^{-1} \cdot steradian^{-1}$.
- **Loi de Lambert :** $L_\lambda(\lambda)$.
- **Total :** flux émis par dS, $\overrightarrow{u}$ à $d\Omega$ près. $\underline{\delta^2\varphi^e = L \cdot \cos\theta \cdot dS \cdot d\Omega.}$

2.1.2 Flux hémisphérique

- **Monochromatique :** flux élémentaire émis par dS, tq $\lambda \leftrightarrow \lambda + d\lambda$, dans tout l'hémisphère.
  $\underline{\delta^2\varphi^e = M_\lambda \cdot dS \cdot d\lambda}$. M_λ est l'exitance monochromatique en $W \cdot m^{-2} \cdot \mu m^{-1}$. Relation : $M_\lambda = \pi \cdot L_\lambda$.
- **Total :** flux émis par dS. $\boxed{\delta\varphi^e = M \cdot dS.}$ Relation $M = \pi \cdot L$.

2.2 Flux reçu par une surface

La conservation de l'énergie impose : $\boxed{\delta^3\varphi^i = \delta^3\varphi^a + \delta^3\varphi^r}$ flux arithmétiques (tous $\geqslant 0$).

- **Coefficient d'absorption :** $\alpha_\lambda = \dfrac{\delta^3\varphi^a}{\delta^3\varphi^i}$.
- **Corps gris :** corps tel que α_λ ne dépend pas de λ (et généralement pas de $\overrightarrow{u}$)

2.3 Flux thermique à l'interface entre deux milieux

Relations : $\boxed{\varphi_1^R = \varphi^e - \varphi^a}$, et $\boxed{\varphi_2^R = \varphi^p - \varphi^i}$ (flux φ^R algébrique).

- A l'interface entre deux milieux semi-transparents, la continuité de $\overrightarrow{j_Q}$ et de $\overrightarrow{j_{cond}}$ impose que $\varphi_1^R = \varphi_2^R$.
- A l'interface entre un milieu opaque et un milieu transparent, on a simplement la continuité de $\overrightarrow{j_Q}$ mais pas celle de $\overrightarrow{j_R}$ ($\varphi_1^R = 0$).

3 Rayonnement d'équilibre – Corps noir

3.1 Rayonnement d'équilibre

On considère une enceinte totalement close, thermostatée et à l'équilibre thermodynamique. Le rayonnement peut être considéré comme un système thermodynamique à part entière qui peut être ou non à l'équilibre.

3.1.1 Densité volumique d'énergie de rayonnement

$\Longrightarrow u = \dfrac{dU}{d\tau} = \displaystyle\int_0^{+\infty} u_\lambda \, d\lambda = \int_0^{+\infty} u_\nu \, d\nu.$ On a : $\boxed{u_\lambda = u_\nu \cdot \dfrac{c}{\lambda^2}.}$

- u_λ est la densité d'énergie par unité de longueur d'onde, en $J \cdot \mu m^{-1} \cdot m^{-3}$.
- u_ν est la densité d'énergie par unité de fréquence, en $J \cdot s \cdot m^{-3}$.

3.1.2 Loi de Planck et applications

- **Loi de Planck :** $\boxed{u_\nu = \dfrac{8 \cdot \pi \cdot h}{c^3} \cdot \dfrac{\nu^3}{\exp\left(\frac{h \cdot \nu}{k_B \cdot T}\right) - 1}.}$
- **Loi de Stefan - Boltzmann :** $\boxed{u = \sigma_B \cdot T^4.}$ **Loi de Stefan :** $\boxed{M^\circ = \sigma \cdot T^4.}$
- M° est la puissance surfacique lumineuse traversant $\overrightarrow{dS}$ dans le sens $\oplus$.
  Pour le rayonnement d'équilibre, on a en effet : $L_\lambda^\circ = \dfrac{c}{4\pi} u_\lambda$, ie. $M^\circ = \dfrac{c}{4} u$.
- $\sigma_B = \dfrac{8\pi^5}{15c^3h^3} = 0,756464 \cdot 10^{-15} \ J \cdot m^{-3} \cdot K^{-4}$. et $\sigma = \dfrac{\sigma_B \cdot c}{4} = 5,671 \cdot 10^{-8} \ W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}$.
- **Loi de Wien ou loi du déplacement :** $\boxed{\lambda_m \cdot T = 2\ 898 \ \mu m \cdot K.}$
- **Densité totale d'énergie :** $\boxed{\displaystyle\int_{\lambda_m/2}^{8\lambda_m} u_\lambda \, d\lambda = 0,98 \cdot u.}$

3.2 Corps noir

C'est un corps dont le coefficient d'absorption $\alpha_\lambda = 1, \ \forall \lambda$. C'est donc un absorbeur intégral (il ne réfléchit rien).

On a : $\boxed{M^{CN} = M^\circ = \sigma \cdot T^4.}$

3.3 Corps non-noir

On définit l'émissivité : $L_\lambda = \varepsilon_\lambda \cdot L_\lambda^\circ$, d'où $M_\lambda = \varepsilon_\lambda \cdot M_\lambda^\circ$.

On définit aussi l'émissivité moyenne : $M = \varepsilon \cdot M^\circ = \varepsilon \cdot \sigma \cdot T^4$.

Loi de Kirchhoff : $\boxed{\alpha_\lambda = \varepsilon_\lambda.}$ $\Longrightarrow$ $\boxed{M_\lambda = \alpha_\lambda \cdot M_\lambda^\circ.}$

Un corps ne peut émettre que des radiations qu'il est susceptible d'absorber.

4 Application intéressante : Évaluation de la température terrestre

On considère la Terre et le Soleil comme des corps noirs. On suppose de plus que la température de surface de la Terre est uniforme et que l'espace est vide.

- Comme il y a équilibre de rayonnement, on a : $\varphi^R = \varphi^p - \varphi^i = 0$.
- Du fait que la Terre est un corps noir, on a : $\varphi^p = \varphi^e = \sigma \cdot {T_T}^4 \cdot \left(4\pi \cdot {R_T}^2\right)$.
- $\varphi^i = \sigma \cdot {T_S}^4 \cdot (4\pi \cdot {R_S}^2)^2 \cdot \left(\dfrac{\Omega}{4\pi}\right)$.

  $\Omega = \dfrac{\pi \cdot {R_T}^2}{d}$.

Par identification, on a alors : $\boxed{T_T = T_S \cdot \sqrt{\dfrac{R_S}{2d}}.}$

5 Rayonnement

5.1 Les flux surfaciques

On note $\varphi = \dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}S}$, et on définit ces quelques grandeurs :

$$\boxed{\varphi_{\text{inc}} = \varphi_{\text{réf}} + \varphi_{\text{abs}}} \quad ; \quad \boxed{\varphi_{\text{part}} = \varphi_{\text{réf}} + \varphi_{\text{émi}}}$$

$$\boxed{\varphi^{\mathrm{R}} = \varphi_{\text{part}} - \varphi_{\text{inc}} = \varphi_{\text{émi}} - \varphi_{\text{abs}}}$$

On parle d'**équilibre radiatif lorsque $\boldsymbol{\varphi^{\mathrm{R}} = 0}$** ; dans ce cas, $\varphi_{\text{part}} = \varphi_{\text{inc}}$ et $\varphi_{\text{émi}} = \varphi_{\text{abs}}$.

5.2 Rayonnement d'équilibre

Lorsqu'un corps est à l'équilibre radiatif et thermodynamique (donc en particulier $\varphi^{\mathrm{R}} = 0$), la densité d'énergie spectrale $u_\lambda(\lambda, T)$ est donnée par la loi de PLANCK. Si l'on note $\varphi^0 = \varphi_{\text{inc}} = \varphi_{\text{part}}$, alors on aura :

$$\mathrm{d}\varphi^0_\lambda = \underbrace{\frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{\exp(\frac{hc}{\lambda \cdot k_B T}) - 1}}_{=F_\lambda(\lambda,T)} \cdot \mathrm{d}\lambda$$

- En traçant, T étant fixée, le graphe de $F_\lambda(\lambda)$, on observe un maximum d'émission pour une valeur λ_m ; on établit alors la **loi du déplacement de** WIEN : $\boxed{\lambda_m \cdot T = \text{cte} \approx 3 \cdot 10^3 \mu\text{m} \cdot \text{K}}$
- Si on note $x = \lambda/\lambda_m$, on constate que **l'intervalle 0.5 < $\boldsymbol{x}$ < 8 correspond à 98% de la puissance émise**.
- En intégrant sur la totalité du spectre, on obtient la **loi de** STEFAN : $\boxed{\boxed{\varphi^0 = \varphi_{\text{inc}} = \varphi_{\text{part}} = \sigma \cdot T^4}}$ où $\sigma = \dfrac{2\pi^5 \cdot {k_B}^4}{15h^3c^2} = 5.67 \cdot 10^{-8}\ \text{W.m}^{-2}.\text{K}^{-4}$

5.3 Rayonnement du corps noir

- On définit un corps noir par $\boxed{\boxed{\varphi_{\text{inc}} = \varphi_{\text{abs}} \quad \forall\ \lambda}}$: **un corps noir absorbe tout ce qu'il reçoit**
- Le flux **réfléchi** par un corps noir est nul : $\boxed{\varphi_{\text{part}} = \varphi_{\text{émi}}}$
- **En équilibre radiatif**, on a $\boxed{\varphi_{\text{abs}} = \varphi_{\text{inc}} = \varphi_{\text{part}} = \varphi_{\text{émi}} = \varphi^0}$, et par conséquent, les flux absorbé et émis satisfont la loi de WIEN et la loi de STEFAN[1] : $\boxed{\boxed{\varphi_{\text{abs}} = \varphi_{\text{émi}} = \sigma \cdot T^4}}$

5.4 Cas d'application des lois de Planck, Wien et Stefan

Type d'équilibre	Corps	Flux concernés
Total	Opaque quelconque	$\varphi_{\text{inc}} = \varphi_{\text{part}}$
Total	Corps noir	$\varphi_{\text{inc}} = \varphi_{\text{abs}} = \varphi_{\text{émi}} = \varphi_{\text{part}}$
Local	Corps noir	$\varphi_{\text{émi}}$

[1]Elles n'étaient jusqu'alors valables que pour les flux incident et partant, mais puisque pour un cors noir à l'équilibre tous les flux sont égaux...